

БИФУРКАЦИИ АНДРОНОВА–ХОПФА НА БЕСКОНЕЧНОСТИ

Красносельский А.М. (Москва)

sashaamk@iitp.ru

Предлагаются новые условия возникновения бифуркаций Пуанкарэ–Андронова–Хопфа на бесконечности [1] для уравнений

$$(1) \quad L(d/dt)x = f(x, \lambda),$$

$L(p)$ — многочлен с постоянными коэффициентами, $\deg L > 2$, функция f непрерывна по совокупности переменных $x \in R$, $\lambda \in \Lambda = (a, b)$ и равномерно ограничена.

Определение [1]. Значение λ_0 параметра называется точкой бифуркации на бесконечности для уравнения (1) (с частотой w_0), если для каждого $\varepsilon > 0$ найдется такое $\lambda_\varepsilon \in (\lambda_0 - \varepsilon, \lambda_0 + \varepsilon)$, что уравнение (1) при $\lambda = \lambda_\varepsilon$ имеет периодическое решение $x_\varepsilon(t)$ периода T_ε , причем $|T_\varepsilon - 2\pi/w_0| < \varepsilon$ и $\max |x_\varepsilon(t)| > \varepsilon^{-1}$.

Бифуркации Хопфа — классический объект исследований математиков, инженеров, специалистов по теории управления, физиков, биологов и пр. Обычно, точка бифуркации определяется линейной частью уравнения, если она зависит от λ (см. [1]); в [2] начато изучение уравнений вида (1) с линейной частью от λ не зависящей.

Пусть w_0 — корень многочленов $L(wi)$ и $\Im L(wi)$ одной и той же нечетной кратности и пусть $L(kw_0i) \neq 0$, $k = 0, 2, 3, \dots$

Теорема 1 [2]. Пусть $f(x, \lambda) \rightarrow f^\pm(\lambda)$, $x \rightarrow \pm\infty$ и функция $f^+(\lambda) - f^-(\lambda)$ принимает значения обоих знаков в каждой окрестности λ_0 . Тогда λ_0 — точка бифуркации для уравнения (1).

Теорема 2. Пусть $f(x, \lambda) \rightarrow 0$, $x \rightarrow \pm\infty$. Более того, пусть $|f(x, \lambda)| \leq \Theta(|x|)$, где $\Theta : R^+ \rightarrow R^+$ непрерывна, не возрастает и $\int_{-\infty}^{\infty} u\Theta(u) du < \infty$. Пусть функция $\int_{-\infty}^{\infty} u f(u, \lambda) du$ принимает значения обоих знаков в каждой окрестности λ_0 . Тогда λ_0 является точкой бифуркации на бесконечности для уравнения (1).

Автор поддержан грантом РФФИ 10-01-93112-НЦНИЛ_а.

Литература

1. Красносельский А.М., Красносельский М.А. Циклы больших амплитуд в автономных системах с гистерезисом. Доклады Академии наук, 1985, **283**, ь1, 23-26.
2. Krasnosel'skii A.M., Rachinskii D.I. Hopf bifurcations from infinity, generated by bounded nonlinear terms. Functional Differential Equations. 1999, **6**, ь3-4, 357-374.